أنواع المصفوفات

١- مصفوفة الصف : تحتوى على صف واحد

(١، ٣، ٥)

٢- مصفوفة العمود : تحتوى على عمود واحد

$\begin{pmatrix} ٢ \\ ٤ \end{pmatrix}$

٣- المصفوفة المربعة:

عدد الصفوف = عدد الأعمدة

$\begin{pmatrix} ٣ & ٥ \\ ٥ & ٤ \end{pmatrix}$

٤- المصفوفة الصفرية [٠]

جميع عناصرها أصفار

$\begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$

٥- المصفوفة القطرية :

مصفوفة مربعة جميع عناصر

أصفار ما عدا عناصر القطر الرئيسى

$\begin{pmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & -٢ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٣ \end{pmatrix}$

($أ_{١١}$ ، $أ_{٢٢}$ ، $أ_{٣٣}$)

٦- مصفوفة الوحدة I :

مصفوفة قطرية كل عناصر القطر الرئيسي =١

$\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$

تساوى مصفوفتين :

- إذا كان لهم نفس النظم
- العناصر المتناظرة متساوية

$\begin{pmatrix} ٣ & س \\ ص & ٧ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ -٢ & ٧ \end{pmatrix}$

س= ١ ، ص= -٢

مدور المصفوفة أ على النظم م×ن هو $أ^{مد}$ ويكون على النظم ن×م

أ = (٣ ٥ ١)

$أ^{مد} = \begin{pmatrix} ٣ \\ ٥ \\ ١ \end{pmatrix}$

المصفوفة المتماثلة :

مصفوفة مربعة حيث أ = $أ^{مد}$

تماثل العناصر حول القطر الرئيسى

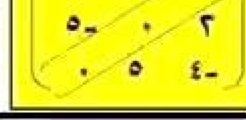
$\begin{pmatrix} ٢ & -١ & ٣ \\ -١ & ٧ & ٠ \\ ٣ & ٠ & -٥ \end{pmatrix}$

المصفوفة شبه المتماثلة :

مصفوفة مربعة حيث أ = - $أ^{مد}$

عناصر القطر الرئيسى اصفار

$\begin{pmatrix} ٠ & -٢ & ٤ \\ ٢ & ٠ & -٥ \\ -٤ & ٥ & ٠ \end{pmatrix}$



جمع وطرح المصفوفات :

- تكون على نفس النظم
- الناتج مصفوفة على نفس النظم
- نقوم بجمع العناصر المتناظرة

$\begin{pmatrix} -٢ & ٥ \\ ٣ & ٧ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ -٣ & ٠ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -١ & ٧ \\ ٠ & ٧ \end{pmatrix}$

$(أ + ب)^{مد} = أ^{مد} + ب^{مد}$

جمع المصفوفات عملية ابدالية

$(أ ب)^{مد} = ب^{مد} أ^{مد}$

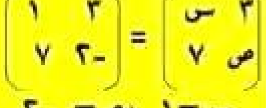
ضرب المصفوفات عملية غير ابدالية

ضرب المصفوفات :

لابد أن يكون : عدد أعمدة الأولى = عدد صفوف الثانية

$أ_{٣×٢} × ب_{٢×٢} = (أ ب)_{٣×٢}$

$\begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٥ & ٧ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٦ & ٨ \\ ٩ & -٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢×٦ + ٣×٩ & ٢×٨ + ٣×-٢ \\ ٥×٦ + ٧×٩ & ٥×٨ + ٧×-٢ \\ ١×٦ + ٤×٩ & ١×٨ + ٤×-٢ \end{pmatrix}$



المحددات

محدد الرتبة الثانية:

إذا كانت أ مصفوفة على النظم ٢×٢ فإن

محدد أ يرمز له |أ|

$$|أ| = \begin{vmatrix} أ & حـ \\ ب & ء \end{vmatrix} = أء - ب حـ$$

محدد الرتبة الثالثة:

يمكن فك محدد المرتبة الثالثة بدلالة أى صف أو عمود ومحدداتها الصغرى باستخدام قانون الإشارة.

محدد المصفوفة المثلثة :

هى مصفوفة جميع عناصرها تحت القطر الرئيسى (فوقه) أصفار

قيمته= حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسى

$$\begin{pmatrix} -١ & ٢ & ٥ \\ ٠ & ٣ & -٢ \\ ٠ & ٠ & ٦ \end{pmatrix} = -١ \times ٣ \times ٦ = -١٨$$

حل معادلتين فى مجهولين بطريقة كرامر :

أس + ب ص = حـ ، ءس + هـ ص = و

$$\underset{\text{محدد المعاملات}}{\Delta} = \overset{\begin{array}{cc}\text{معاملات س} & \text{معاملات ص}\end{array}}{\begin{vmatrix} أ & ب \\ ء & هـ \end{vmatrix}} ، \underset{\text{محدد المجهول س}}{\Delta_{س}} = \begin{vmatrix} حـ & ب \\ و & هـ \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{ص} = \begin{vmatrix} أ & حـ \\ ء & و \end{vmatrix} \quad س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta} \quad ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta}$$

خد بالك:

$\Delta \neq ٠$ للمعادلتين حل وحيد ،حيث Δ = صفر فإن المعادلات لها عدد لانهائي من الحلول أو ليس لها حل.

- حل المعادلات فى ٣ مجاهيل بنفس الطريقة السابقه

$$س = \frac{\Delta_{س}}{\Delta} ، ص = \frac{\Delta_{ص}}{\Delta} ، ع = \frac{\Delta_{ع}}{\Delta}$$

مساحة Δ باستخدام المحددات

س (أ، ب)، ص (حـ، ء) ، ع (هـ، و)

$$|م| = \frac{١}{٢} \begin{vmatrix} أ & ب & ١ \\ حـ & ء & ١ \\ هـ & و & ١ \end{vmatrix}$$

(الإحداثى السينى ، الإحداثى الصادى)

لاثبات أن النقاط (س، ص، ع) على استقامة واحدة نثبت أن :

$$\begin{vmatrix} أ & ب & ١ \\ حـ & ء & ١ \\ هـ & و & ١ \end{vmatrix} = صفر$$

- إذا كانت أ مصفوفة على النظم ن×ن

فإن: $|ك أ| = ك^{ن} . |أ|$

فمثلا أ مصفوفة على النظم٢×٢ ، |أ|=٣ فإن:

- $|٥أ| = ٥^{٢} . |أ| = ٢٥\times٣ = ٧٥$
- $|أ| = |أ^{مد}|$
- $|أب| = |أ| \times |ب|$

كيفية إيجاد المعكوس الضربى للمصفوفة:

إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} أ & ب \\ حـ & ء \end{pmatrix}$

فإن المعكوس الضربى للمصفوفة أ هو

$أ^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} ء & -ب \\ -حـ & أ \end{pmatrix}$

عندما محدد المصفوفة $\Delta \neq$ صفر

$أ \times أ^{-1} = أ^{-1} \times أ = I$

تبديل عناصر القطر الرئيسى بتغيير إشارة القطر الآخر

حل معادلتين فى مجهولين باستخدام المعكوس الضربى للمصفوفة

أ س + ب ص = حـ ، ء س + هـ ص = و

أ = $\begin{pmatrix} أ & ب \\ ء & هـ \end{pmatrix}$ ، س = $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$ ، ع = $\begin{pmatrix} جـ \\ و \end{pmatrix}$

مصفوفة المعاملات — مصفوفة المجاهيل — مصفوفة الثوابت

أ س = ع ← س = $أ^{-1}$ ع

خد بالك

س أ = ع ← س = ع $أ^{-1}$

اذا كان محدد المصفوفة Δ = صفر

فإن المصفوفة

ليس لها معكوس ضربى

تحلم لبكره ليه لما النهارده لسه طويل
ابدأ بأول خطوه خد طريق قادر تمشيه
كمل في مسارك حتي لو عكس ناس تانيين
اختار مكان حلمت بيه وحط نفسك فيه

حل متباينة الدرجة الأولى فى متغيرين بيانياً:

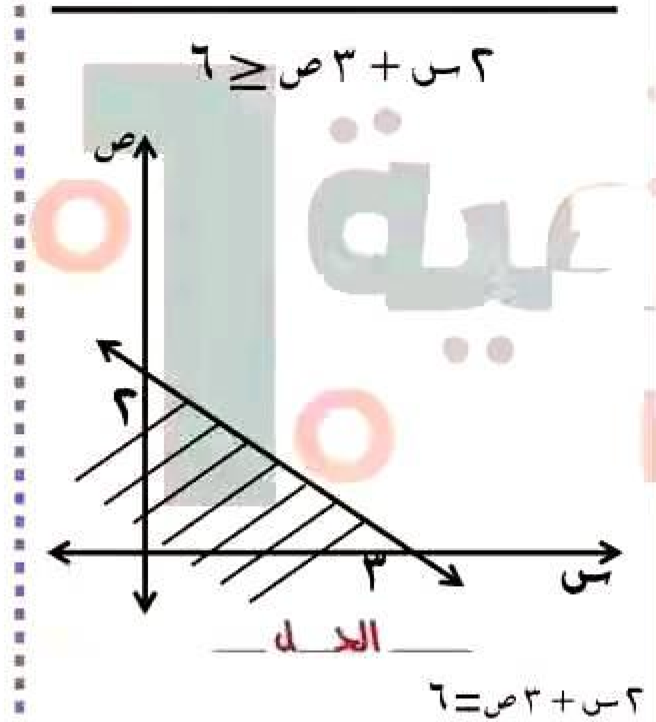
١- نمثل معادلة المستقيم المرتبطة بالمتباينة:

بخط متصل	فى حالة علامة التباين (≤ ، ≥)
بخط متقطع	فى حالة علامة التباين (< ، >)

٢- نحدد نصف المستوى الذى تقع فيه منطقة الحل ، وذلك بأخذ نقطة الأصل (٠،٠) كنقطة لاختبار، ونعوض بها فى المتباينة.

---

٢ س + ٣ ص ≤ ٦



الحـــل

٢ س + ٣ ص = ٦

س	٠	٣
ص	٢	٠

النقطة(٠ ، ٠) تحقق المتباينة لأن: صفر < ٦

م.ح = المستقيم ∪ نصف المستوى التى ينتمى اليها (٠ ، ٠) [المنطقة المظللة]

١- المعادلة: ص=٠
تمثل بياناً بمحور السينات

٢-المعادلة: س=٠
تمثل بيانا بمحور الصادات

٣- المعادلة: س= أ
تمثل بيانا بمستقيم يوازى محور الصادات ويمر بالنقطة (أ ، ٠)

٤- المعادلة: ص= ب
تمثل بيانا بمستقيم يوازى محور السينات ويمر بالنقطة (٠، ب)

البرمجة الخطية

نمثل المتباينات بحيث نحصل على منطقة مضلعة (مجموعة الحل) ثم نعوض برؤوس المنطقة المضلعة فى دالة الهدف لنحدد أكبر وأصغر قيمة لدالة الهدف.

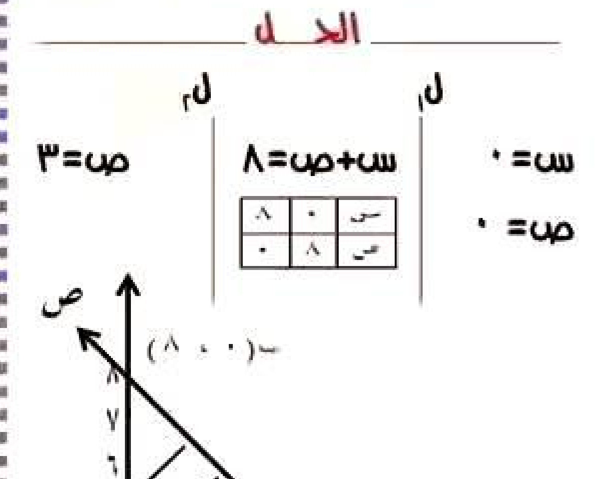
باستخدام البرمجة الخطية . أوجد قيمتى س،ص التى تجعل الدالة ر=٣س+٢ص قيمة عظمى ثم قيمة صغرى تحت القيود:

س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠

، س+ص ≤ ٨ ، ص ≥ ٣

◄ الحل فى الجنب التانى

الحل



س	٠	٨
ص	٨	٠

الحل

عند النقطة أ(٠ ، ٣)

ر= ٣ × ٠ + ٢ × ٣ =٦

عند النقطة ب(٠ ، ٨)

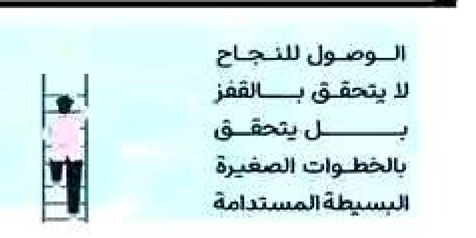
ر= ٣ × ٠ + ٢ × ٨ =١٦

عند النقطة حـ(٥ ، ٣)

ر= ٣ × ٥ + ٢ × ٣ =٢١

∴ النقطة (٥،٣) تجعل الدالة قيمة عظمى

، النقطة (٠،٣) تجعل الدالة قيمة صغرى



قوانين حساب المثلثات

المتطابقات المثلثية:

جا$^2\theta$ + جتا$^2\theta$ = ١

- جا$^2\theta$ = ١ − جتا$^2\theta$
- جتا$^2\theta$ = ١ − جا$^2\theta$

÷جتا$^2\theta$

ظا$^2\theta$ +١ = قا$^2\theta$

- قا$^2\theta$ − ظا$^2\theta$ = ١
- ظا$^2\theta$ = قا$^2\theta$ − ١

÷جا$^2\theta$

١+ظتا$^2\theta$ = قتا$^2\theta$

- قتا$^2\theta$−ظتا$^2\theta$ =١
- ظتا$^2\theta$= قتا$^2\theta$ −١

عند الاثبات يفضل كتابة المقدار بدلالة:

جاθ ، جتاθ فقط

ظاθ = $\frac{\text{جا}\theta}{\text{جتا}\theta}$

ظتاθ = $\frac{\text{جتا}\theta}{\text{جا}\theta}$

قاθ = $\frac{1}{\text{جتا}\theta}$

قتاθ= $\frac{1}{\text{جا}\theta}$

الحل العام للمعادلة المثلثية:

إذا كانت α أصغر قياس موجب يحقق المعادلة ، ن $\in$ ص فإن :

- الحل العام للمعادلة جاθ= أ

$\theta = \alpha + 2\pi$ ن

، $\theta = (\pi - \alpha) + 2\pi$ ن

- الحل العام للمعادلة جتاθ= أ

$\theta = \pm\alpha + 2\pi$ ن

- الحل العام للمعادلة ظاθ= أ

$\theta = \alpha + \pi$ ن

حل المثلث القائم الزاوية :

المقصود بحل △ القائم هو معرفة أطوال أضلاعه وقياسات زواياه المجهولة.

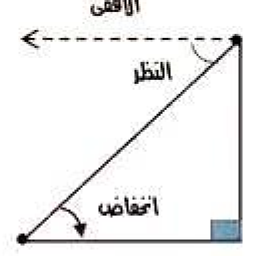
خلي بالك :

لحل △ القائم الزاوية يلزم معرفة:

- طولا ضلعين فيه
- (أو) طول ضلع وقياس زاوية

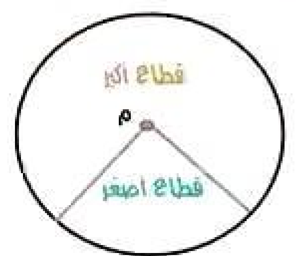
زوايا الارتفاع والانخفاض :

الجسم
النظر
ارتفاع
ا
الأفقي
ب

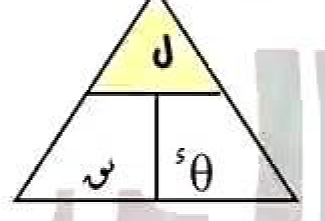


القطاع الدائري:

هو جزء من سطح الدائرة محدد بقوس وبنصفي القطرين المارين بطرفى القوس



$$\frac{\text{مساحة القطاع}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{\text{قياس زاوية القطاع}}{\text{قياس الدائرة}}$$



محيط القطاع = ٢ نق + ل

مساحة القطاع

$= \frac{١}{٢} \theta^{ء}$ نق^{٢}

$= \frac{س^{\circ}}{٣٦٠} \times \pi$ نق^{٢}

$= \frac{١}{٢}$ ل نق

للتحويل من $س^{\circ}$ الى $\theta^{ء}$ $\times \frac{\pi}{١٨٠}$

للتحويل من $\theta^{ء}$ الى $س^{\circ}$ $\times \frac{١٨٠}{\pi}$

القطعة الدائرية:

هو جزء من سطح الدائرة محدد بقوس فيها و وتر مار بنهايتى ذلك القوس

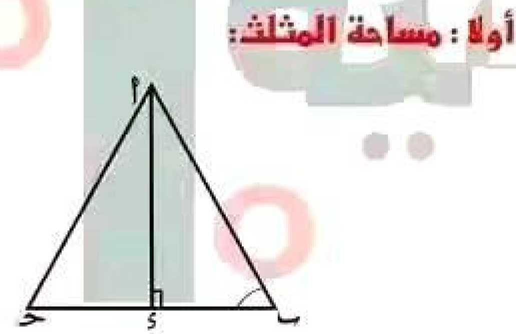
محيط القطعة الدائرية = طول القوس + طول الوتر

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ نق^{٢} $(\theta^{ء} - \text{حا}\, \theta^{\circ})$

دائرى   ستينى

المساحات

أولا : مساحة المثلث:



١- م Δ أ ب جـ

= $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

٢- م Δ أ ب جـ

= $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب ضلعين × جيب الزاوية بينهما

= $\frac{١}{٢}$ × أ ب × ب جـ × حا ب

٣- قاعدة هيرو : ع = $\frac{١}{٢}$ محيط Δ

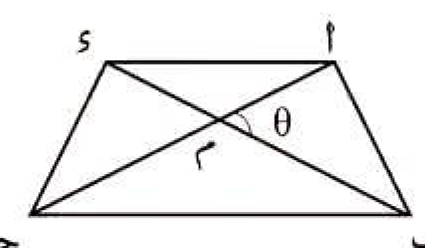
م Δ أ ب جـ = $\sqrt{ع (ع-أ)(ع-ب)(ع-جـ)}$

٤- مساحة Δ المتساوي الاضلاع

= $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ س^{٢} حيث س طول ضلعه

قوانين الهندسة

ثانيا: مساحة الشكل الرباعي :



مساحة الشكل الرباعي =

$\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولا قطريه × جيب الزاوية بينهما

مساحة الشكل أ ب جـ ء =

$\frac{1}{2}$ × أ جـ × ب ء × جا θ

، ∵ جا ٩٠ = ١

∴ مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره

، مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولا قطريه

ثالثا: مساحة المضلع المنتظم:

م المضلع المنتظم =

$$\frac{1}{4} ن س^2 ظتا \frac{\pi}{ن}$$

ن ← عدد الأضلاع

س ← طول الضلع

وعند حل المسائل من الأفضل أن نستخدم

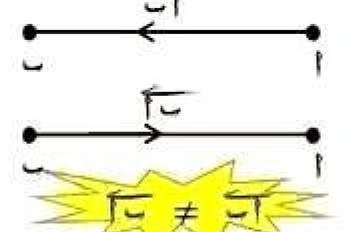
$$\frac{1}{4} ن س^2 \div ظا \frac{180}{ن}$$

مساحة السداسي المنتظم =

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} س^2$$

القطعة المستقيمة الموجهة :

هى قطعة مستقيمة لها نقطة بداية ونقطة نهاية ولها اتجاه ويرمز لها $\overrightarrow{أب}$



$\overrightarrow{أب} \neq \overrightarrow{ب أ}$

- تكافؤ قطعتين مستقيمتين موجهتين إذا كان:
  1. لهم نفس الطول (المعيار)
  2. لهما نفس الاتجاه .

* متجه الموضع :

هو قطعة مستقيمة موجهه و أ التى بدايتها نقطة الأصل ونهايتها النقطة المعلومة أ ويرمز له $\overrightarrow{أ}$

أ(س،ص)
و

◄ إذا كان: $\overrightarrow{أ}$ = (س، ص) فإن :

١- معيار المتجه:

$\| \overrightarrow{أ} \| = \sqrt{س^2 + ص^2}$

٢- بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين :

$\overrightarrow{أ} = س \overrightarrow{س} + ص \overrightarrow{ص}$

٣- الصورة القطبية للمتجه $\overrightarrow{و أ}$ هي :

$(\| \overrightarrow{و أ} \| ، \theta) \leftarrow$ (معيار ، زاوية)

$ظا \theta = \frac{ص}{س}$

٤- الصورة الإحداثية للمتجه $\overrightarrow{و أ}$ هى

$(\| \overrightarrow{أ} \| جتا \theta ، \| \overrightarrow{أ} \| جا \theta)$

متجه الوحدة :

هو متجه معياره = الواحد الصحيح

المتجه الصفري :

هو متجه معياره = صفر ويرمز له $\overrightarrow{و}$ ، $\overrightarrow{0}$

جمع المتجهات جبرياً :

$\overrightarrow{أ} = (س_١ ، ص_١)$ ، $\overrightarrow{ب} (س_٢ ، ص_٢)$

$\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} = (س_١ + س_٢ ، ص_١ + ص_٢)$

شرط توازي متجهين:

$\overrightarrow{أ} = (س_١ ، ص_١)$ ، $\overrightarrow{ب} (س_٢ ، ص_٢)$

الطرفين — الوسطين

$س_١ ص_٢ - ص_١ س_٢ = ٠$

أو $م_١ = م_٢$

شرط تعامدهما:

$س_١ س_٢ + ص_١ ص_٢ = ٠$

أو $م_١ \times م_٢ = -١$

جمع المتجهات هندسيا:

١- قاعدة المثلث (علاقة شال)

$\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{بح} = \overrightarrow{أح}$

$\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{بح} + \overrightarrow{حأ} = \overrightarrow{و}$

$\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ}$

٢- قاعدة متوازي الأضلاع

$\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{أء} = \overrightarrow{أح} = ٢\overrightarrow{أم}$

حيث $\overrightarrow{أم}$ متوسط فى Δ أ ب ء

طرح المتجهات هندسيا:

$\overrightarrow{أب} - \overrightarrow{أح} = \overrightarrow{حب}$

- إذا كانت أ $(س_١ ، ص_١)$ ، ب $(س_٢ ، ص_٢)$

$\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ}$

في الجمع نهاية الأولى نهاية الثانية: $\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{بح} = \overrightarrow{أح}$

في الطرح تكون نفس البداية: $\overrightarrow{أب} - \overrightarrow{أح} = \overrightarrow{حب}$

- إذا كان $\overrightarrow{أ} = ك \overrightarrow{ب}$ ، فإن: $\overrightarrow{أ} // \overrightarrow{ب}$
- $\| ك \overrightarrow{أ} \| = |ك| . \| \overrightarrow{أ} \|$
- $\overrightarrow{أ} = (س ، ص) \leftarrow$ ميل $\overrightarrow{أ} = \frac{ص}{س}$

* إحداثي نقطة منتصف أ $(س_١ ، ص_١)$ ، ب $(س_٢ ، ص_٢)$

منتصف $\overrightarrow{أب} = \left(\frac{\text{مجموع السينات}}{٢} ، \frac{\text{مجموع الصادات}}{٢} \right)$

* تقسيم قطعة مستقيمة

إذا كانت أ $(س_١ ، ص_١)$ ، ب $(س_٢ ، ص_٢)$

وكانت ح $(س ، ص)$ تقسم أب بنسبة

$ل_١ : ل_٢$ فإن

$$س = \frac{س_١ ل_٢ + س_٢ ل_١}{ل_١ + ل_٢}$$

$(س_١ ، ل_١ ، ص_١)$

$(س_٢ ، ل_٢ ، ص_٢)$

$$ص = \frac{ص_١ ل_٢ + ص_٢ ل_١}{ل_١ + ل_٢}$$

إذا كان التقسيم من الخارج تكون $ل_١$ أو $ل_٢$ سالبة واحدة فقط

- النقطة التى تقسم بها $\overrightarrow{أب}$ محور السينات هى (س، ٠) نضع ص = ٠
- النقطة التى تقسم بها $\overrightarrow{أب}$ محور الصادات هى (٠، ص) نضع س = ٠

➢ إحداثى نقطة تلاقى متوسطات △ أ ب حـ :

حيث أ ($س_١$، $ص_١$) ، ب ($س_٢$، $ص_٢$) ، حـ ($س_٣$، $ص_٣$)

م = ($\frac{\text{مجموع السينات}}{٣}$ ، $\frac{\text{مجموع الصادات}}{٣}$)

➢ ميل الخط المستقيم م :

(١) يمر النقطتين ($س_١$، $ص_١$) ، ($س_٢$، $ص_٢$)

م = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

فمثلاً: (٢،٣) ، (٥،٤) ◄ م = $\frac{٤ - ٣}{٥ - ٢}$ = $\frac{١}{٣}$

(٢) م = ظا θ

(٣) الذى معادلته أس + ب ص + حـ = ٠

م = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-أ}{ب}$

(٤) الذى معادلته ص = أس + حـ

م = معامل س = أ

(٥) الذى متجه اتجاهه $\overrightarrow{ى}$ = (أ ، ب)

م = $\frac{ص}{س}$ = $\frac{ب}{أ}$

لاحظ أن :

إذا كان ميل المستقيم $\frac{أ}{ب}$ فإن:

- ميل الموازى له هو $\frac{أ}{ب}$
- ميل العمودى عليه هو $\frac{-ب}{أ}$

الصور المختلفة لمعادلة الخط المستقيم:

١- المعادلة العامة للمستقيم هى:

أس + ب ص + حـ = ٠

٢- معادلة المستقيم بدلالة الميل (م) ، والجزء المقطوع من الصادات (حـ)

ص = م س + حـ

٣- معادلة المستقيم بمعلومية نقطتى تقاطعه مع محورى الاحداثيات:

$\frac{س}{أ} + \frac{ص}{ب} = ١$

(أ: الجزء المقطوع من السينات ، ب: الجزء المقطوع من الصادات)

٤- المعادلة المتجهة

$\overrightarrow{ر} = \overrightarrow{ن} + ك\overrightarrow{ى}$

اى أن:

(س، ص) = ($س_١$، $ص_١$) + ك (أ، ب)

٥- المعادلتان البارامتريتان (الوسيطيتان)

س = $س_١$ + أ ك   ص = $ص_١$ + ب ك

٦- المعادلة الكارتيزية (الصورة العامة)

$\frac{ص - ص_١}{س - س_١}$ = م $\frac{ص}{س}$ = الميل

(النقطة المار بها المنطقة)

قياس الزاوية بين مستقيمين θ

$$\text{ظا}\theta = \left| \frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{1 + \text{م}_1 \text{م}_2} \right| \quad \text{حيث } \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

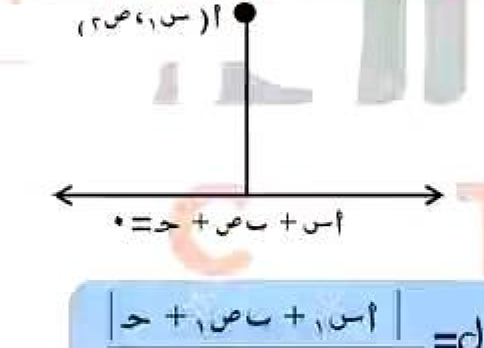
إذا كانت ظاθ =

=صفر : فان الزاوية بين المستقيمين = صفر ☐ ويكون المستقيمين متوازيان ☐ او منطبقان ☐	=غير معرف : ☐ فان الزاوية بين المستقيمين = ٩٠° ☐ يكون المستقيمين متعامدان ☐

◄ **لايجاد الزاوية المنفرجة:**

نوجد الحادة ثم نطرح من ١٨٠°

◄ **طول العمود المرسوم من نقطة إلى خط مستقيم:**



$$\text{ل} = \frac{\left| \text{أ}\text{س}_1 + \text{ب}\text{ص}_1 + \text{ح} \right|}{\sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}}$$

طول العمود المرسوم من نقطة الأصل (٠ ، ٠) هي:

$$\text{ل} = \frac{\left| \text{ح} \right|}{\sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2}}$$

◄ **طول العمود المرسوم من نقطة $(\text{س}_1, \text{ص}_1)$ على:**

- محور السينات = $|\text{ص}_1|$
- محور الصادات = $|\text{س}_1|$

◄ **المعادلة العامة للخط المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين :**

$\text{أ}_1\text{س} + \text{ب}_1\text{ص} + \text{ح} = 0$

، $\text{أ}_2\text{س} + \text{ب}_2\text{ص} + \text{ح} = 0$

ويمر بالنقطة $(\text{س}_1 ، \text{ص}_1)$ هى:

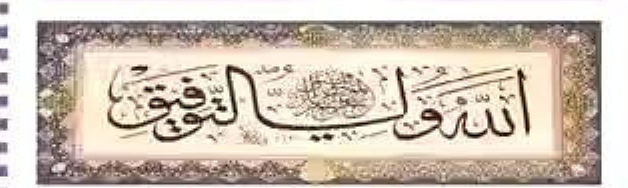
$\text{أ}_1\text{س}_1 + \text{ب}_1\text{ص}_1 + \text{ح} + \text{ك}(\text{أ}_2\text{س}_2 + \text{ب}_2\text{ص}_2 + \text{ح}) = 0$

ومنها نوجد قيمة ك

◄ **طريقة أخرى وهى :**

إيجاد نقطة تقاطع المستقيمان عن طريق حل المعادلتين جبرياً (طريقة الحذف) ثم إيجاد معادلة المستقيم عن طريق نقطة التقاطع والنقطة التى يمر بها المستقيم

خذ من اليوم عبرة ..
وخذ من الأمس خبرة ..
الدنيا مسألة حسابية .. اطرح
منها التعب والشقاء .. واجمع لها
الحب والوفاء .. واترك الباقي
لرب السماء .. إذا سجدت
فأخبره بأسرارك .. ولا تسمع من
بجوارك .. وناجه بدمع عينك
فهو للقلب مالك .. لاتقل من أين
أبدأ .. طاعة الله البداية ..
لاتقل أين طريقي .. شرع الله
الهداية .. لاتقل أين نعيمي ..
جنة الله كفاية .. لاتقل غدا
سأبدأ .. ربما تأتي النهاية ..



أستاذه / ألفت خلف 01009931369 شبين القناطر - القليوبية

تلخيص قوانين الهندسة - أولى ثانوى - ترم 2

* إذا كانت الصورة القطبية للمتجه هي $(\|\overrightarrow{أ}\|, \theta)$ ← (معيار، زاوية) فإن الصورة الاحداثية هي (س، ص)

س = $\|\overrightarrow{أ}\|$ جتا θ

ص = $\|\overrightarrow{أ}\|$ جا θ

* ب ج = ج - ب

س ص = ص - س

(النهاية - البداية)

* شرط توازى متجهين :-

أن ميل$_1$ = ميل$_2$

$\overrightarrow{أ}$ = (س$_1$، ص$_1$) ، $\overrightarrow{ب}$ = (س$_2$، ص$_2$) متوازيان

∴ $\frac{ص_1}{س_1} = \frac{ص_2}{س_2}$ ∴ س$_1$ص$_2$ - س$_2$ص$_1$ = ٠

* إذا كان $\frac{ل_1}{ل_2}$ > صفر (موجبة) ∴ التقسيم من الداخل

* إذا كان $\frac{ل_1}{ل_2}$ < صفر (سالبة) ∴ التقسيم من الخارج

* $\frac{ل_1}{ل_2}$ ← نسبة التقسيم (ل$_1$: ل$_2$)

* شرط تعامد متجهين :-

أن ميل$_1$ × ميل$_2$ = -١

$\overrightarrow{أ}$ = (س$_1$، ص$_1$) ، $\overrightarrow{ب}$ = (س$_2$، ص$_2$) متعامدان

∴ $\frac{ص_1}{س_1} = \frac{-س_2}{ص_2}$ أو $\frac{ص_1}{س_1} \times \frac{ص_2}{س_2} = -١$

∴ س$_1$س$_2$ + ص$_1$ص$_2$ = صفر

* احداثى نقطة المنتصف بين أ (س$_1$، ص$_1$) ، ب (س$_2$، ص$_2$) هى $\left(\frac{\text{مجموع السينات}}{٢} ، \frac{\text{مجموع الصادات}}{٢}\right)$

* المثلث الذى رؤوسه أ، ب، ج يكون احداثى نقطة تقاطع متوسطاته (م) هى

$\left(\frac{س_1 + س_2 + س_3}{٣} ، \frac{ص_1 + ص_2 + ص_3}{٣}\right)$

$\left(\frac{\text{مجموع السينات}}{٣} ، \frac{\text{مجموع الصادات}}{٣}\right)$

* فى △ أ ب ج يكون

$\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{ب ج} = \overrightarrow{أج}$

$\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{ب ج} + \overrightarrow{ج أ} = \overrightarrow{و}$

$\overrightarrow{و}$ (المتجه الصفرى)

* ميل محور السينات واى مستقيم يوازيه = صفر

* ميل محور الصادات واى مستقيم يوازيه = غير معرف

* اذا كان أ ء متوسط فى △ أ ب ج فإن

$\overrightarrow{أب} + \overrightarrow{أج} = ٢ \overrightarrow{أء}$

01009931369
أستاذه / ألفت خلف

* معادلة محور السينات (ص = ٠)
* معادلة محور الصادات (س = ٠)

ميل المستقيم المار بالنقطتين أ (س١ ، ص١) ، ب (س٢ ، ص٢)

الميل = فرق الصادات / فرق السينات = (ص٢ − ص١) / (س٢ − س١)

ميل المستقيم الذي متجه اتجاهه ى = (أ ، ب) ، الميل = ب / أ = ص / س

ى = (س ، ص)

متجه الاتجاه العمودي على المستقيم الذي ميله ص/س هو (س ، −ص)

الصورة المتجهة للمستقيم المار بالنقطة ه (س١ ، ص١) ومتجه الاتجاه ى (أ ، ب) هي

ر = ه + ك ى

ر = (س١ ، ص١) + ك (أ ، ب)

الصورتان الوسيطتان (البارامتريتان) هي

س = س١ + ك أ

ص = ص١ + ك ب

المعادلة العامة (الكارتيزية) للمستقيم المار بـ ه (س١ ، ص١) ومتجه الاتجاه ى (أ ، ب)

(ص − ص١) / (س − س١) = ب / أ

ميل ى ، ميل ه

معادلة المستقيم الذي يقطع جزء طوله أ من محور السينات وجزء طوله ب من محور الصادات

س / أ + ص / ب = ١

* لإيجاد النسبة التي يقسم بها محور السينات قطعة مستقيمة نضع (ص = صفر)
* محور الصادات نضع (س = صفر)

الصورة العامة للمعادلة هي

أ س + ب ص + جـ = ٠

ميل المستقيم الذي معادلته أ س + ب ص + جـ = ٠

= −معامل س / معامل ص = −ب / أ

الزاوية θ بين مستقيمين ل١ ، ل٢

ظا هـ = | (م٢ − م١) / (١ + م١ م٢) |

θ = Shift $\tan^{-1}$( )

طول العمود المرسوم من النقطة على المستقيم

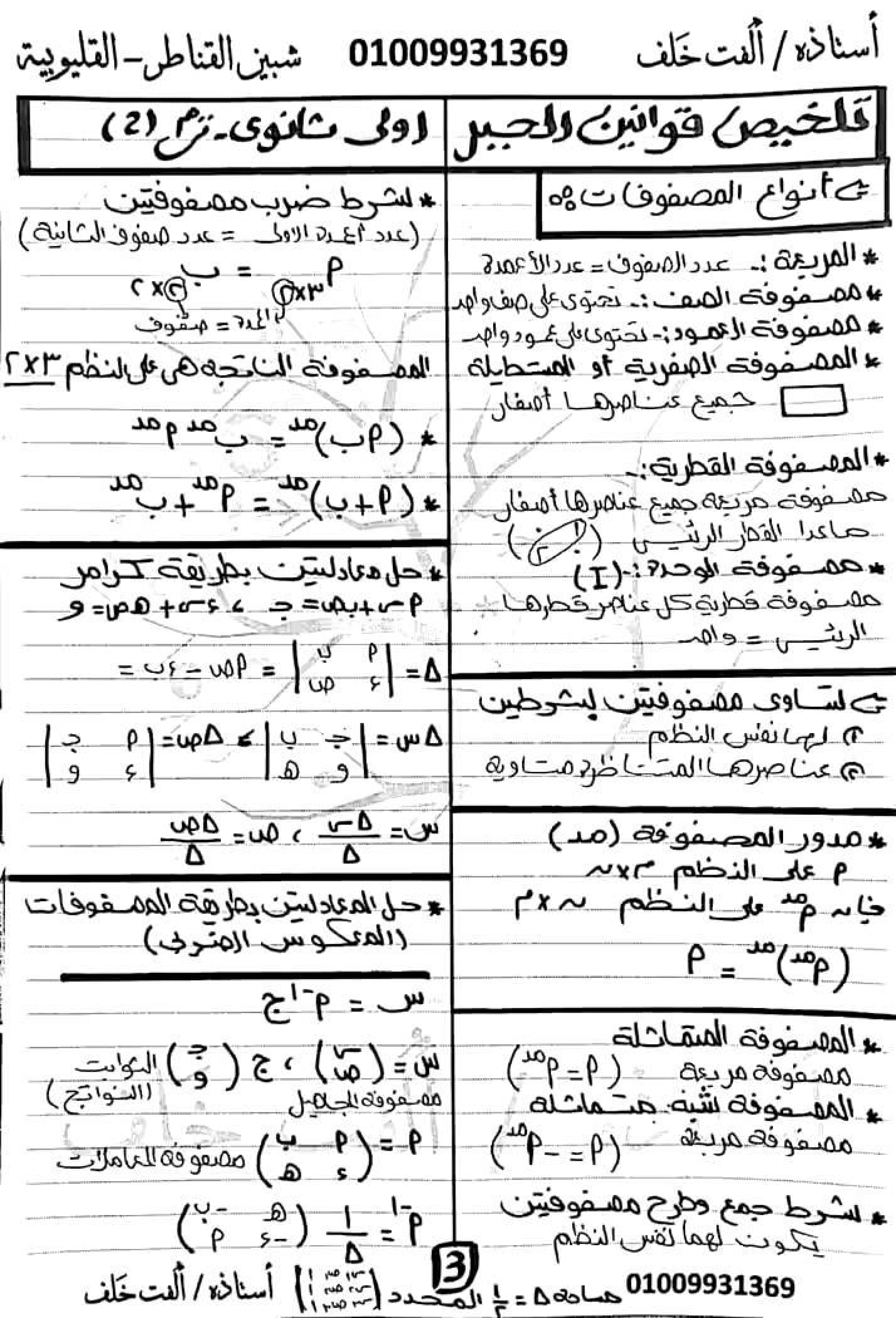
ل = | أ س + ب ص + جـ | / √(أ² + ب²)

طول العمود المرسوم من النقطة (س ، ص)

على محور السينات = | ص | وحدة طول

على محور الصادات = | س |

ميل المستقيم الذي يصنع زاوية θ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات م = ظا θ



أستاذه / ألفت خلف   01009931369   شبين القناطر - القليوبية

تلخيص قوانين الجبر — أولى ثانوي - ترم (2)

أنواع المصفوفات:

* المربعة: عدد الصفوف = عدد الأعمدة
* مصفوفة الصف: تحتوي على صف واحد
* مصفوفة العمود: تحتوي على عمود واحد
* المصفوفة الصفرية أو المستطيلة: جميع عناصرها أصفار
* المصفوفة القطرية: مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار ماعدا القطر الرئيسي $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
* مصفوفة الوحدة (I): مصفوفة قطرية كل عناصر قطرها الرئيسي = واحد

تساوي مصفوفتين بشرطين

① لهما نفس النظم
② عناصرهما المتناظرة متساوية

* مدور المصفوفة (مد): أ على النظم م × ن فإن $أ^{مد}$ على النظم ن × م

$$(أ^{مد})^{مد} = أ$$

* المصفوفة المتماثلة: مصفوفة مربعة $(أ = أ^{مد})$
* المصفوفة شبه متماثلة: مصفوفة مربعة $(أ = -أ^{مد})$
* شرط جمع وطرح مصفوفتين: يكون لهما نفس النظم

* شرط ضرب مصفوفتين (عدد أعمدة الأولى = عدد صفوف الثانية)

$$أ_{3\times 2} \times ب_{2\times 2}$$

الأعمدة = صفوف

المصفوفة الناتجة هي على النظم 3×2

* $(أ ب)^{مد} = ب^{مد} أ^{مد}$
* $(أ + ب)^{مد} = أ^{مد} + ب^{مد}$

* حل معادلتين بطريقة كرامر

$أ س + ب ص = جـ$ ، $ء س + هـ ص = و$

$$\Delta = \begin{vmatrix} أ & ب \\ ء & هـ \end{vmatrix} = أ هـ - ب ء =$$

$$\Delta_س = \begin{vmatrix} جـ & ب \\ و & هـ \end{vmatrix} ، \Delta_ص = \begin{vmatrix} أ & جـ \\ ء & و \end{vmatrix}$$

$$س = \frac{\Delta_س}{\Delta} ، ص = \frac{\Delta_ص}{\Delta}$$

* حل المعادلتين بطريقة المصفوفات (المعكوس الضربي)

$$س = أ^{-1} جـ$$

$س = \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$ مصفوفة المجاهيل ، $جـ = \begin{pmatrix} جـ \\ و \end{pmatrix}$ الثوابت (النواتج)

$أ = \begin{pmatrix} أ & ب \\ ء & هـ \end{pmatrix}$ مصفوفة المعاملات

$$أ^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} هـ & -ب \\ -ء & أ \end{pmatrix}$$

مساحة $\Delta = \frac{1}{2}$ المحدد $\begin{vmatrix} س_1 & ص_1 & 1 \\ س_2 & ص_2 & 1 \\ س_3 & ص_3 & 1 \end{vmatrix}$

01009931369   أستاذه / ألفت خلف

أستاذة / ألفت خلف 01009931369 شبين القناطر - القليوبية

تلخيص قوانين حساب مثلثات - أولى ثانوي

متطابقات مثلثية:

* $جا^2 \theta + جتا^2 \theta = 1$

$جا^2 \theta = 1 - جتا^2 \theta$

$جتا^2 \theta = 1 - جا^2 \theta$

* $1 + ظا^2 \theta = قا^2 \theta$

$ظا^2 \theta = قا^2 \theta - 1$

$ظا^2 \theta - قا^2 \theta = 1$

* $1 + ظتا^2 \theta = قتا^2 \theta$

$ظتا^2 \theta = قتا^2 \theta - 1$

$ظتا^2 \theta - قتا^2 \theta = 1$

$ظا \theta = \frac{جا \theta}{جتا \theta}$ ، $ظتا \theta = \frac{جتا \theta}{جا \theta}$

$قا \theta = \frac{1}{جتا \theta}$ ، $قتا \theta = \frac{1}{جا \theta}$

مساحة القطاع الدائري:

$= \frac{1}{2}$ ل نق

$= \frac{1}{2} \theta^{د}$ نق^2

$= \frac{س^\circ}{360} \times$ مساحة الدائرة (π نق^2)

محيط القطاع = 2 نق + ل

$\theta^{د} = \frac{ل}{نق}$

(ل في الأعلى، $\theta^{د}$ و نق في الأسفل)

مساحة القطعة الدائرية:

$= \frac{1}{2}$ نق^2 ($\theta^{د}$ - جا θ)

بالدائري بالستيني

محيط القطعة = ل + طول الوتر

* للتحويل من ستيني إلى دائري

نضرب ($\times \frac{\pi}{180}$)

* للتحويل من دائري إلى ستيني

نضرب ($\times \frac{180}{\pi}$)

* لإيجاد مساحة القطاع الأكبر أو القطعة الكبرى

تكون زاويتها (360 - θ)

* مساحة المثلث:

$= \frac{1}{2}$ حاصل ضرب ضلعين × جا الزاوية المحصورة بينهما

$= \frac{1}{2}$ أب × ب جـ × جا ب

* قاعدة هيرو:

إذا كان ح = نصف محيط △ أ ب جـ

م △ أ ب جـ = $\sqrt{ح (ح - أ ب)(ح - ب جـ)(ح - أ جـ)}$

* مساحة الشكل الرباعي المحدب

$= \frac{1}{2}$ حاصل ضرب القطرين × جا الزاوية المحصورة

* مساحة الشكل المنتظم

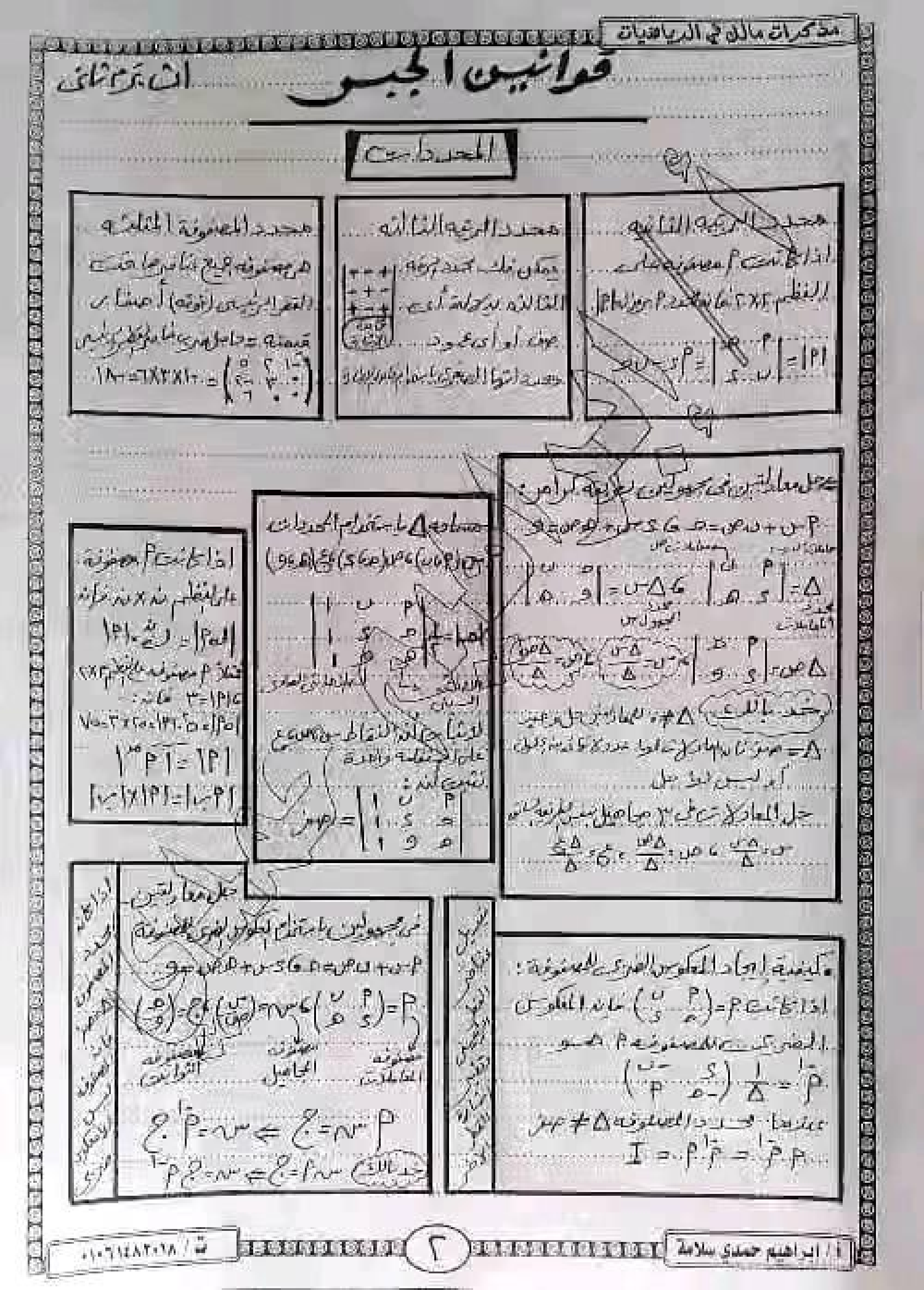
$= \frac{1}{4}$ ن س^2 ظتا $\frac{\pi}{ن}$

ن ← عدد الأضلاع ، س ← طول الضلع

* مساحة △ متساوي الأضلاع $= \frac{\sqrt{3}}{4}$ س^2

* مساحة السداسي المنتظم $= \frac{3\sqrt{3}}{2}$ س^2

أستاذة / ألفت خلف 01009931369



قوانين الجبر

٢ث ترم ثاني

المحددات

محدد الرتبة الثانية

اذا كانت أ مصفوفة على النظم ٢×٢ فإن محدد أ يرمز له |أ|

$|أ| = \begin{vmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{vmatrix} = أد - بجـ$

محدد الرتبة الثالثة

يمكن فك محدد الرتبة الثالثة بدلالة أي صف أو أي عمود

محدد المصفوفة المثلثية

هي مصفوفة جميع عناصرها تحت القطر الرئيسي (أو فوقه) أصفار

قيمته = حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسي

$\begin{pmatrix} ١ & ٢ & ٥ \\ ٠ & ٣ & ٤ \\ ٠ & ٠ & ٦ \end{pmatrix} = ١ \times ٣ \times ٦ = ١٨$

حل معادلتين في مجهولين بطريقة كرامر

$أس + ب ص = هـ$ ، $جـ س + د ص = و$

$\Delta = \begin{vmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{vmatrix}$ ، $\Delta_س = \begin{vmatrix} هـ & ب \\ و & د \end{vmatrix}$

$\Delta_ص = \begin{vmatrix} أ & هـ \\ جـ & و \end{vmatrix}$ ، $س = \frac{\Delta_س}{\Delta}$ ، $ص = \frac{\Delta_ص}{\Delta}$

شرط الحل: $\Delta \neq$ صفر

حل المعادلات في ٣ مجاهيل بنفس الطريقة

$س = \frac{\Delta_س}{\Delta}$ ، $ص = \frac{\Delta_ص}{\Delta}$ ، $ع = \frac{\Delta_ع}{\Delta}$

مساحة المثلث باستخدام المحددات

Δ الذي رؤوسه (أ، ب) ، (جـ، د) ، (هـ، و)

$المساحة = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} أ & ب & ١ \\ جـ & د & ١ \\ هـ & و & ١ \end{vmatrix} \right|$

لإثبات أن النقاط على استقامة واحدة:

$\begin{vmatrix} أ & ب & ١ \\ جـ & د & ١ \\ هـ & و & ١ \end{vmatrix} = صفر$

اذا كانت أ مصفوفة على النظم ن × ن فإن

$|ك أ| = ك^ن |أ|$

مثلاً: أ مصفوفة على النظم ٣×٣ ، $|أ| = ٣$ فإن

$|٥أ| = ٥^٣ \times ٣$

$|أ^ت| = |أ|$

كيفية إيجاد المعكوس الضربي للمصفوفة:

اذا كانت $أ = \begin{pmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{pmatrix}$ فإن المعكوس الضربي للمصفوفة أ هو

$أ^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} د & -ب \\ -جـ & أ \end{pmatrix}$

بشرط محدد المصفوفة $\Delta \neq$ صفر

$أ \cdot أ^{-1} = أ^{-1} \cdot أ = I$

حل معادلتين في مجهولين باستخدام المعكوس الضربي للمصفوفة

$أس + ب ص = هـ$ ، $جـ س + د ص = و$

$أ = \begin{pmatrix} أ & ب \\ جـ & د \end{pmatrix}$ ، $س = \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix}$ ، $جـ = \begin{pmatrix} هـ \\ و \end{pmatrix}$

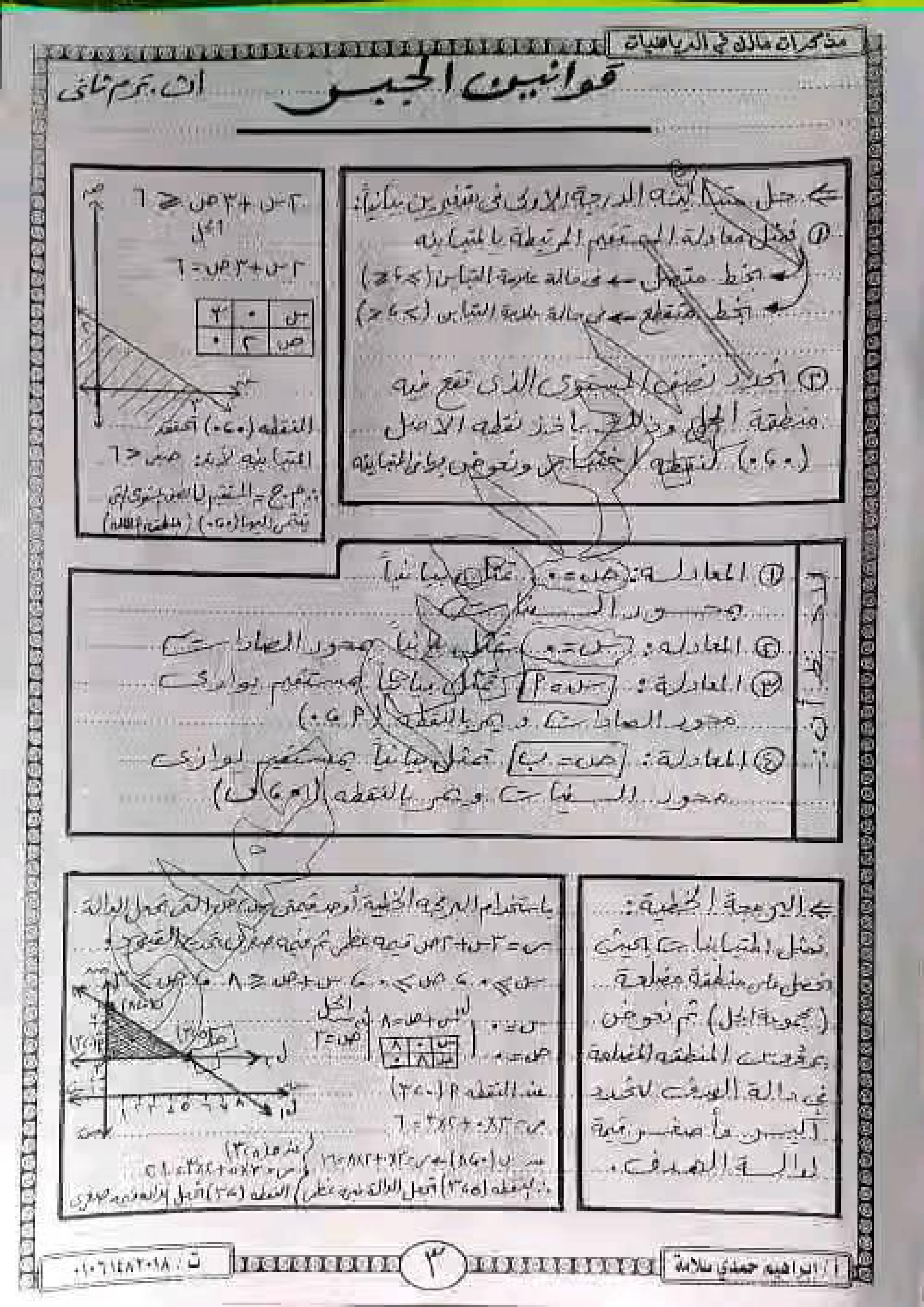
مصفوفة المعاملات ، مصفوفة المجاهيل ، مصفوفة الثوابت

$أ س = جـ \Leftarrow س = أ^{-1} جـ$

$س أ = جـ \Leftarrow س = جـ أ^{-1}$

أ / إبراهيم حمدي سلامة

ت / ٠١٠٦١٤٨٢٠٦٨



قوانين الجبر

أ/ بيرم شاكر

⇚ حل متباينة الدرجة الأولى في متغيرين بيانياً:

① نمثل معادلة المستقيم المرتبطة بالمتباينة

• الخط متصل ← في حالة علامة التباين ($\geq$ ، $\leq$)

• الخط متقطع ← في حالة علامة التباين ($>$ ، $<$)

② نحدد نصف المستوى الذي تقع فيه منطقة الحل وذلك باخذ نقطة الاصل (٠، ٠) أو أي نقطة أخرى ونعوض بها في المتباينة

$2س + 3ص \leq 6$

أي

$2س + 3ص = 6$

س	٠	٣
ص	٢	٠

النقطة (٠، ٠) تحقق المتباينة لأن: ٠ $\leq$ ٦

∴ م . ح = المتقيم والنصف مستوى الذي يحتوي على (٠، ٠) (المظلل)

① المعادلة: ص = ٠ تمثل بيانياً محور السينات

② المعادلة: س = ٠ تمثل بيانياً محور الصادات

③ المعادلة: س = أ تمثل بيانياً مستقيم يوازي محور الصادات ويمر بالنقطة (أ، ٠)

④ المعادلة: ص = ب تمثل بيانياً مستقيم يوازي محور السينات ويمر بالنقطة (٠، ب)

⇚ البرمجة الخطية:

نمثل المتباينات بحيث نحصل على منطقة مغلقة (مجموعة الحل) ثم نعوض برؤوس المنطقة المغلقة في دالة الهدف لتحديد أكبر أو أصغر قيمة لدالة الهدف.

باستخدام البرمجة الخطية أوجد قيم س، ص التي تجعل الدالة ر = ٢س + ٣ص أكبر ما يمكن في ظل القيود التالية: س $\geq$ ٠ ، ص $\geq$ ٠ ، س + ص $\leq$ ٨ ، ص $\geq$ ٣

س $\geq$ ٠ ، ص $\geq$ ٠ ، س + ص = ٨ ، ص = ٣

س	٠	٨
ص	٨	٠

عند النقطة أ (٠، ٣): ر = ٢ × ٠ + ٣ × ٣ = ٩

عند ب (٠، ٨): ر = ٢ × ٠ + ٣ × ٨ = ٢٤

عند جـ (٥، ٣): ر = ٢ × ٥ + ٣ × ٣ = ١٩

∴ النقطة (٠، ٨) تجعل الدالة أكبر ما يمكن، النقطة (٠، ٣) تجعل الدالة أصغر ما يمكن

قوانين الجبر

أ/ش. مريم شافعي

• أنواع المصفوفات :

① مصفوفة الصف : تحتوي على صف واحد

$(١ \quad ٣ \quad ٥)$

② مصفوفة العمود : تحتوي على عمود واحد

$\begin{pmatrix} ٢ \\ ٤ \end{pmatrix}$

③ المصفوفة المربعة : عدد الصفوف = عدد الأعمدة

$\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٥ & ٤ \end{pmatrix}$

④ المصفوفة الصفرية ◻ : جميع عناصرها أصفار

$\begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$

⑤ المصفوفة القطرية : مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار ما عدا عناصر القطر الرئيسي ($أ_{١١}$ ، $أ_{٢٢}$ ، $أ_{٣٣}$)

⑥ مصفوفة الوحدة I : مصفوفة قطرية كل عناصر القطر الرئيسي = ١

$\begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$

تساوي مصفوفتين :
- إذا كانا لهم نفس النظم
- العناصر المتناظرة متساوية

مدور المصفوفة أ على النظم م × ن هو $أ^{مد}$ ويكون على النظم ن × م

$أ = (١ \quad ٣ \quad ٥)$ ، $أ^{مد} = \begin{pmatrix} ١ \\ ٣ \\ ٥ \end{pmatrix}$

$(أ^{مد})^{مد} = أ$

المصفوفة المتماثلة : مصفوفة مربعة حيث $أ = أ^{مد}$ ، تماثل العناصر حول القطر الرئيسي

المصفوفة شبه المتماثلة : مصفوفة مربعة $أ = -أ^{مد}$ ، عناصر القطر الرئيسي أصفار

جمع وطرح المصفوفات :
- متكونة على نفس النظم
- الناتج مصفوفة على نفس النظم
- نقوم بجمع العناصر المتناظرة

$(أ + ب)^{مد} = أ^{مد} + ب^{مد}$

جمع المصفوفات عملية إبدالية

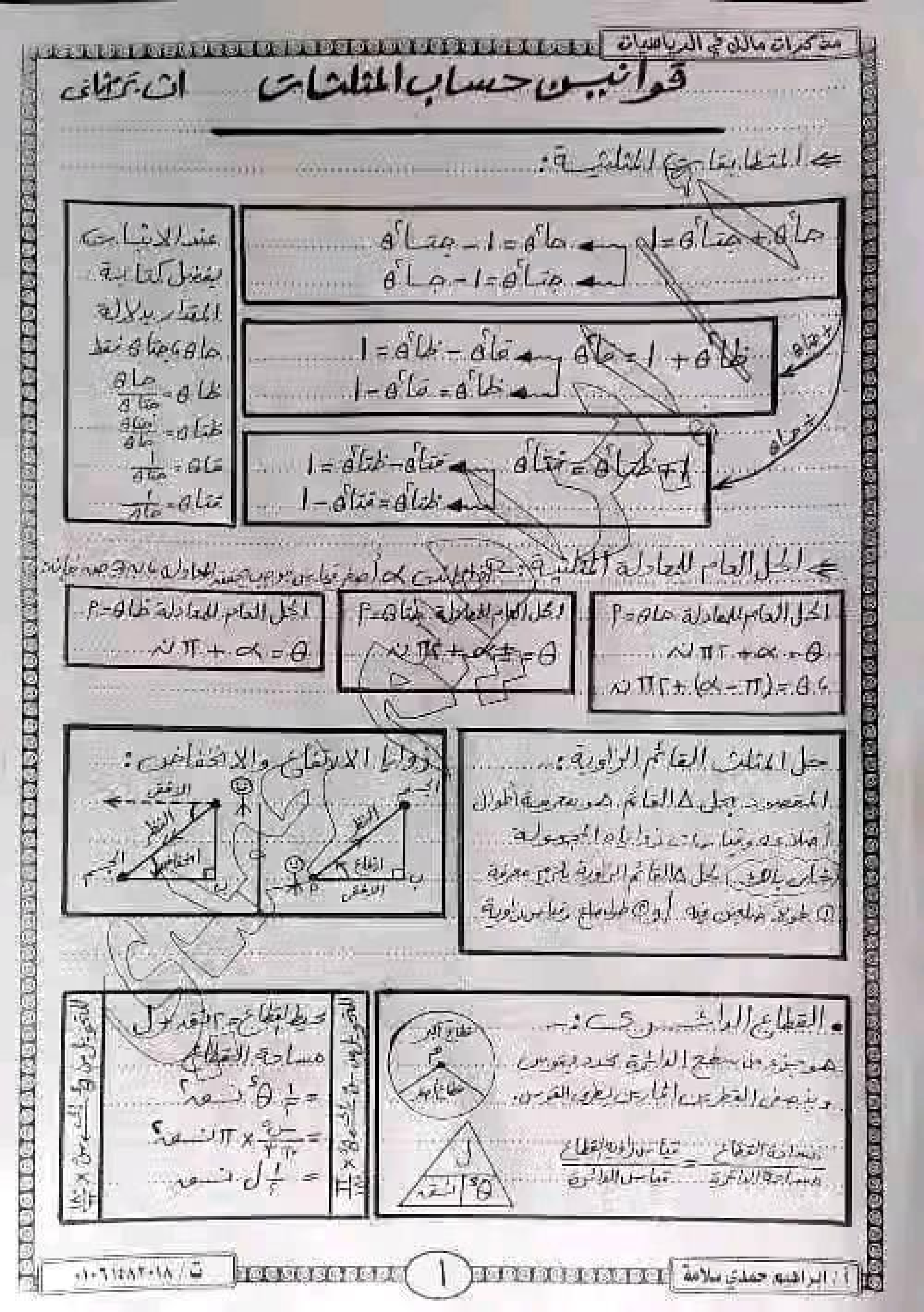
$(أ ب)^{مد} = ب^{مد} أ^{مد}$

ضرب المصفوفات عملية غير إبدالية

ضرب المصفوفات :
لابد أن يكون : عدد أعمدة الأولى = عدد صفوف الثانية

قوانين حساب المثلثات

اث ثانوي



المتطابقات المثلثية:

جا²θ + جتا²θ = ١ ← جا²θ = ١ − جتا²θ
← جتا²θ = ١ − جا²θ

(÷ جتا²θ)

ظا²θ + ١ = قا²θ ← قا²θ − ظا²θ = ١
← ظا²θ = قا²θ − ١

(÷ جا²θ)

١ + ظتا²θ = قتا²θ ← قتا²θ − ظتا²θ = ١
← ظتا²θ = قتا²θ − ١

عند الإثبات يفضل كتابة المقادير بدلالة جاθ، جتاθ فقط

ظاθ = جاθ / جتاθ

ظتاθ = جتاθ / جاθ

قاθ = ١ / جتاθ

قتاθ = ١ / جاθ

الحل العام للمعادلة المثلثية: حيث α أصغر قياس موجب يحقق المعادلة، ن ∈ ص

الحل العام للمعادلة جاθ = أ

$\theta = \alpha + 2\pi n$

أو $\theta = (\pi - \alpha) + 2\pi n$

الحل العام للمعادلة جتاθ = أ

$\theta = \pm\alpha + 2\pi n$

الحل العام للمعادلة ظاθ = أ

$\theta = \alpha + \pi n$

حل المثلث القائم الزاوية:

المقصود بحل △ القائم هو معرفة أطوال أضلاعه وقياسات زواياه المجهولة

يمكن بالحل حل △ القائم الزاوية بمعرفة ① طول ضلعين فيه أو ② طول ضلع وقياس زاوية

زوايا الارتفاع والانخفاض:

القطاع الدائري:

هو جزء من سطح الدائرة محدد بقوس وبنصفي القطر المارين بطرفي القوس.

مساحة القطاع / مساحة الدائرة = قياس زاوية القطاع / قياس الدائرة

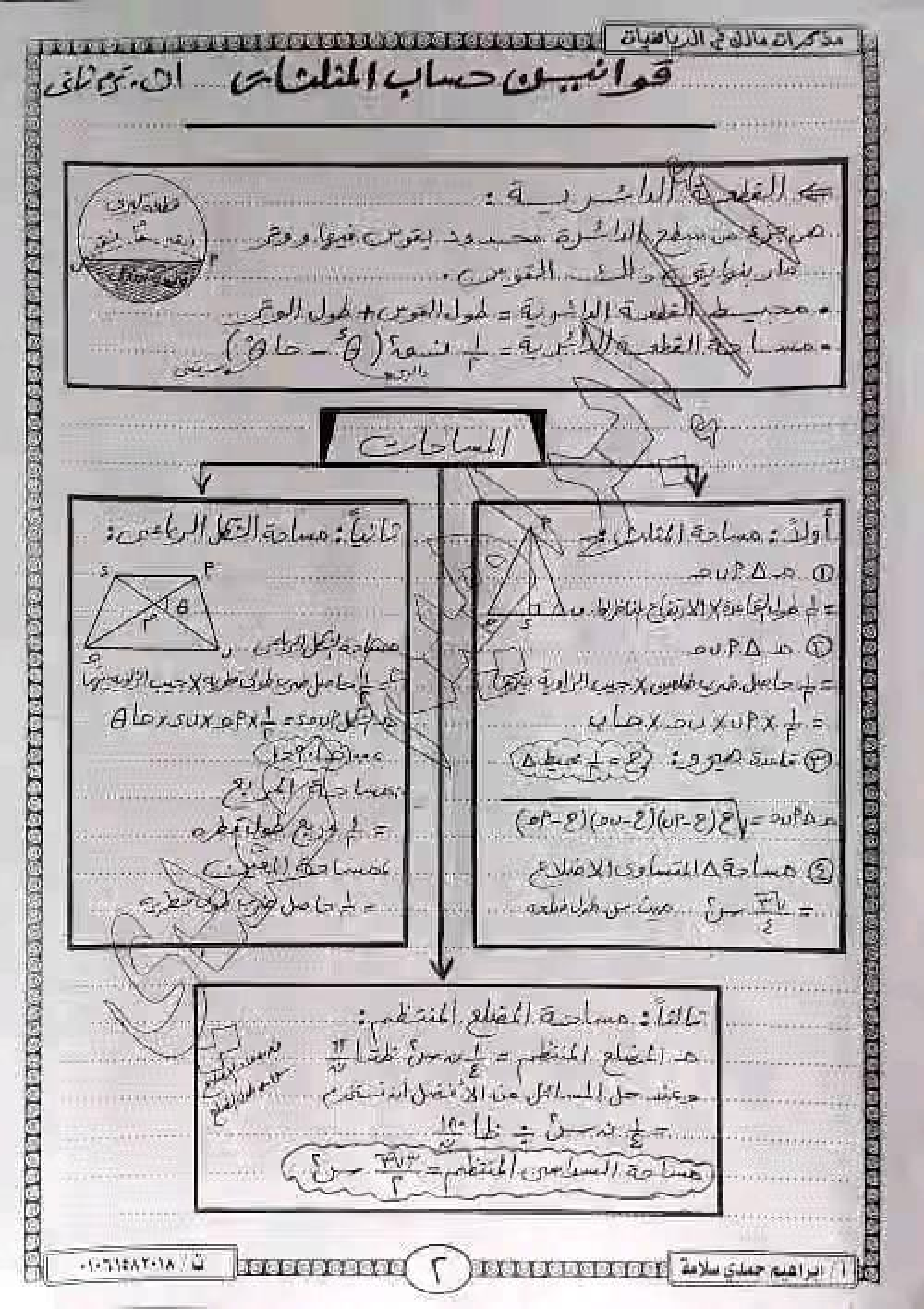
محيط القطاع = ٢ نق + ل

مساحة القطاع

= ½ θ^د نق²

= س° / ٣٦٠ × π نق²

= ½ ل نق



قوانين حساب المثلثات ...... الصف الثاني الثانوي

⟸ القطعة الدائرية :

هي جزء من سطح الدائرة محدود بقوس فيها ووتر مار بطرفي هذا القوس.

- محيط القطعة الدائرية = طول القوس + طول الوتر
- مساحة القطعة الدائرية = $\frac{1}{2}$ نق² ($\theta^{ر}$ − جا θ)

المساحات

أولاً : مساحة المثلث

① م △ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

② م △ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولي ضلعين × جيب الزاوية المحصورة بينهما
= $\frac{1}{2}$ × أ ب × ب جـ × جا ب

③ قاعدة هيرو : ع = $\frac{1}{2}$ محيط △

م △ أ ب جـ = $\sqrt{ع(ع-أ)(ع-ب)(ع-جـ)}$

④ مساحة △ المتساوي الأضلاع = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ س² حيث س طول ضلعه

ثانياً : مساحة الشكل الرباعي

مساحة الشكل الرباعي = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولي قطريه × جيب الزاوية بينهما

مساحة الشكل أ ب جـ د = $\frac{1}{2}$ × أ جـ × ب د × جا θ

حيث (θ = ٩٠°)

مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولي قطريه

ثالثاً : مساحة المضلع المنتظم

م المضلع المنتظم = $\frac{ن}{4}$ س² ظتا $\frac{\pi}{ن}$

ويفضل عند حل المسائل من الأفضل أن نستخدم

$\frac{ن}{4}$ س² ÷ ظا $\frac{180°}{ن}$

مساحة السداسي المنتظم = $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ س²

المساحات

الشكل	المساحة
(١) المثلث	$\frac{1}{2}$ × حاصل ضرب أى ضلعين × جيب الزاوية المحصورة بينهما (إذا علم ضلعين وزاوية محصورة) إذا رمزنا لمحيط △ أ ب حـ ← ٢ ع المساحة = $\sqrt{ع (ع - أ ب) (ع - أ حـ) (ع - ب حـ)}$ (إذا علم أضلاع المثلث طولاً)
(٢) الشكل الرباعي	$\frac{1}{2}$ × حاصل ضرب طولى قطريه × جيب الزاوية المحصورة بينهما شكل رباعي
(٣) المضلع المنتظم عدد أضلاعه ن وطول ضلعه س	$\frac{1}{4}$ × ن × س^2 × $\frac{1}{ظا \frac{\pi}{ن}}$ مضلع منتظم مساحة △ المتساوى الأضلاع = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ س^2 مساحة السداسى المنتظم = $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ س^2

١٥ / ٥

٧ **الحل العام للمعادلات المثلثية للزوايا الربعية**

الحل العام	المعادلة
$\theta = \pi$ ن	حا $\theta = ٠$
$\theta = \frac{\pi}{2} + 2\pi$ ن	حا $\theta = ١$
$\theta = \frac{3\pi}{2} + 2\pi$ ن	حا $\theta = -١$
$\theta = \frac{\pi}{2} + \pi$ ن	حتا $\theta = ٠$
$\theta = 2\pi$ ن	حتا $\theta = ١$
$\theta = \pi + 2\pi$ ن	حتا $\theta = -١$

مهم

٨ إذا كانت β أصغر قياس موجب يحقق المعادلة ن ∈ ص فإن

١ الحل العام ← حا $\theta =$ أ هو $\theta = \beta + 2$نπ ، $(\pi - \beta) + 2$نπ

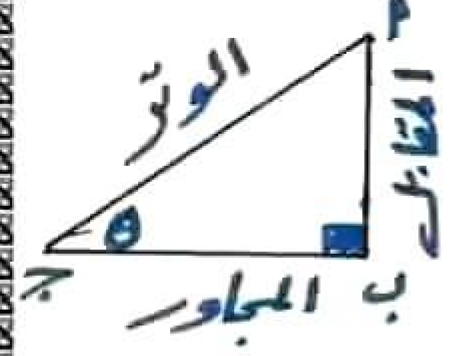
٢ الحل العام ← حتا $\theta =$ أ هو $\theta = \pm \beta + 2\pi$ ن

٣ الحل العام ← ظا $\theta =$ أ هو $\theta = \beta + \pi$ ن

٩ ① حا $\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$

② حتا $\theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$

③ ظا $\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$



١٠ زوايا الارتفاع والانخفاض

$$ق(\hat{ب} \hat{أ} ء) = ق(\hat{أ} \hat{ء} ج)$$

زاوية انخفاض

زاوية ارتفاع

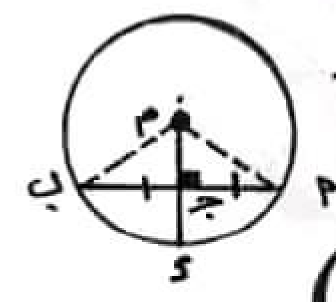
١١

مساحة القطاع الدائري:

- $\frac{1}{2}$ ل نق
- $\frac{1}{2}$ هـ نق^2
- $\frac{س^\circ}{360^\circ} \times \pi$ نق^2

محيط القطاع = ٢نق + ل

١٢



مساحة القطعة الدائرية

$$= \frac{1}{2} \text{نق}^2 (\theta^{ء} - \text{جا}\,\theta)$$

$\theta^{ء}$ ← دائري

θ ← ستيني

ج ء ← ارتفاع القطعة الصغرى

ل

هـ | نق

$$\frac{\theta}{\theta^{ء}} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

تلخيص حساب مثلثات

[1] حتا^2 θ + حا^2 θ = ١
← ١ − حا^2 θ = جتا^2 θ
← ١ − حتا^2 θ = حا^2 θ

[2] ١ + ظا^2 θ = قا^2 θ ← قا^2 θ − ظا^2 θ = ١

[3] ١ + ظتا^2 θ = قتا^2 θ ← قتا^2 θ − ظتا^2 θ = ١

[4] ملاحظات

① قا θ = $\frac{1}{\text{حتا } \theta}$
② قتا θ = $\frac{1}{\text{حا } \theta}$
③ $\frac{\text{حا } \theta}{\text{حتا } \theta}$ = ظا θ = $\frac{1}{\text{ظتا } \theta}$

[5]

[6]

−١ ≥ جتا θ ≥ ١
−١ ≥ جا θ ≥ ١